

Γενικά Μαθηματικά

1.

Έστω $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ και $B = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. Να βρεθούν οι πίνακες $A - 2B, AB, A^2 + B^2$.

2.

Έστω $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$. α) Να βρεθεί ο πίνακας $A^2 - 7A + 2I$. β) Να βρείτε τον αντίστροφο του πίνακα A .

3.

Να βρεθούν τα $k \in \mathbb{R}$ για τα οποία το σύστημα

$$\begin{cases} x - 2y & = 1 \\ x - y + kz & = -2 \\ 7x - 15y + 4z & = 6 \end{cases}$$

έχει α) μοναδική λύση και β) άπειρες λύσεις.

4.

Να υπολογίσετε τις ορίζουσες

$$\begin{vmatrix} a & x & 2a - x \\ b & y & 2b - y \\ c & z & 2c - z \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 + a & b & c & d \\ a & 1 + b & c & d \\ a & b & 1 + c & d \\ a & b & c & 1 + d \end{vmatrix}.$$

5.

Να βρείτε τις τιμές των a, b για τις οποίες η συνάρτηση $f(x) = x^3 + ax^2 - bx + 5$ παρουσιάζει τοπικά ακρότατα στα σημεία $x_1 = 1$ και $x_2 = 3$. Να καθορίσετε το είδος των ακροτάτων.

6.

Τα έσοδα και τα έξοδα μιας εταιρείας μετά από t χρόνια, σε χιλιάδες ευρώ, δίνονται αντιστοίχως από τις συναρτήσεις $E(t) = t^3 - 5t^2 + 8t$ και $K(t) = t^2 - 4t + 8$. Να βρείτε:

α) Ποιό έτος η εταιρεία θα έχει τα λιγότερα έξοδα.

β) Το ποσό των παραπάνω εξόδων.

γ) Πότε η εταιρεία θα αρχίσει να έχει κέρδη;

7.

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^4 - 4x^2 + 8$. Να μελετηθεί η μονοτονία, τα ακρότατα, η κυρτότητα και τα σημεία καμπής.