

Θεωρία Πιθανοτήτων

1.

Δίνεται τυχαία μεταβλητή $X \geq 0$ τέτοια ώστε $EX = 1$ και $E(X^2) = 2$. Υπολογίστε το πάνω φράγμα που δίνει η ανισότητα Markov για την πιθανότητα $P(X \geq 5)$.

2.

Έστω τυχαία μεταβλητή X η οποία ακολουθεί την ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα $[1, 3]$ και έστω $Y = X^2$. Υπολογίστε την μέση τιμή της Y .

3.

Έστω ότι η τυχαία μεταβλητή (X, Y) είναι ομοιόμορφα κατανομημένη στον δίσκο κέντρου $(0,0)$ και ακτίνας R . Θεωρούμε την τυχαία μεταβλητή $Z = X^2 + Y^2$. Υπολογίστε την συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f_Z(z)$ της Z .

4.

Ένα κουτί περιέχει 4 άσπρες και 6 μαύρες μπάλες. Ένα άλλο κουτί περιέχει 2 άσπρες και 8 μαύρες μπάλες. Επιλέγουμε πρώτα ένα από τα δύο κουτιά στην τύχη και έπειτα μία μπάλα από το κουτί που επιλέξαμε. Αν αυτή η μπάλα είναι μαύρη, τότε ποιά η πιθανότητα αυτή να προήλθε από το πρώτο κουτί;

5.

Στην χώρα της Ευτυχίας το 50% των ενήλικων έχουν αυτοκίνητο και το 10% των ενήλικων έχουν αυτοκίνητο και μοτοσυκλέτα. Ποιά η πιθανότητα ότι ο τυχαίος ενήλικας να έχει μοτοσυκλέτα αν έχει αυτοκίνητο;

6.

Δίνονται ανεξάρτητες τυχαίες μεταβλητές X, Y τέτοιες ώστε $EX = 1, EY = 2, E(X^2) = 3$ και $E(Y^2) = 6$. Να υπολογίσετε την διασπορά $\sigma^2((X + 1)Y)$.