

Μιγαδική Ανάλυση

Θέματα Ε

Σε κάθε θέμα δίνεται μία πρόταση. Προσδιορίστε αν είναι Σωστή ή Λάθος. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

1.

Έστω D τόπος στο μιγαδικό επίπεδο και $f = u + iv \in H(D)$. Αν για κάθε $z \in D$ ισχύει

$$\frac{u(z)^2}{20} + \frac{v(z)^2}{21} = 1,$$

τότε η f είναι σταθερή.

2.

Δίνονται ανοικτό σύνολο $\Omega \subset \mathbb{C}$ και συνάρτηση f ολόμορφη στο Ω . Αν η πραγματική συνάρτηση $|f|$ είναι σταθερή στο Ω , τότε η f είναι σταθερή σε κάθε συνεκτική συνιστώσα του Ω .

3.

Αν το $z_0 \in \mathbb{C}$ είναι απομονωμένο ανώμαλο σημείο της f και υπάρχει ακολουθία $a_n \rightarrow z_0$ τέτοια ώστε $f(a_n) = 0$, τότε το z_0 είναι απαλείψιμο ανώμαλο σημείο της f .

4.

Αν το $a \in \mathbb{C}$ είναι απομονωμένο ανώμαλο σημείο της συνάρτησης g και $\lim_{z \rightarrow a} (z - a)^3 g(z) = 0$, τότε το a είναι ουσιώδες ανώμαλο σημείο της g .

5.

Αν η f είναι ολόμορφη συνάρτηση στον απλά συνεκτικό τόπο D και $\{z \in \mathbb{C} : 1 \leq |z| \leq 2\} \subseteq D$ τότε

$$\int_{C(0,1)} f = \int_{C(0,2)} f$$

6.

Έστω F ακέραια συνάρτηση. Αν για κάθε $z \in \mathbb{C}$, $(z^3 - iz^2 + 2i)F(z) = 0$, τότε η F είναι σταθερή.