

Μιγαδική Ανάλυση

Θέματα Δ

Σε κάθε θέμα δίνεται μία πρόταση. Προσδιορίστε αν είναι Σωστή ή Λάθος. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

1.

Έστω γ ένας βρόχος με ίχνος το τετράγωνο με κορυφές $-1, 1, -i, i$. Αν f είναι μία ακέραιη συνάρτηση και $f(z) \notin \text{Int}(\gamma)$ για κάθε $z \in \mathbb{C}$, τότε η f είναι σταθερή.

2.

Αν η f είναι ολόμορφη συνάρτηση στον δίσκο $D(0, 5)$, τότε

$$\int_{C(0,2)} f = \int_{C(0,3)} f.$$

3.

Αν Γ είναι ένας βρόχος και $\{a_n\}$ είναι μία ακολουθία στο $\text{Int}(\Gamma)$, τότε υπάρχουν $a \in \text{Int}(\Gamma)$ και υπακολουθία $\{a_{n_k}\}$ με $a_{n_k} \rightarrow a$.

4.

Δίνεται ακέραιη συνάρτηση f με συντελεστές Taylor $\{a_n\}$ στο 0. Αν $f(x) \in \mathbb{R}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$, τότε $a_n \in \mathbb{R}$ για κάθε $n = 0, 1, 2, \dots$

5.

Έστω f μία ακέραιη συνάρτηση. Αν για κάθε $z \in \mathbb{C}$, $e^z \sin z f(z) = 0$, τότε η f είναι σταθερή.

6.

Δίνεται ακέραιη συνάρτηση f . Αν για κάθε $w \in f(\mathbb{C})$ ισχύει $\text{Re} w = \text{Im} w$, τότε η f είναι φραγμένη.