

Μιγαδική Ανάλυση

Θέματα Γ

Σε κάθε θέμα δίνεται μία πρόταση. Προσδιορίστε αν είναι Σωστή ή Λάθος. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

1.

Αν $f_1, f_2 \in H(\mathbb{D})$ και $f_1(iy) = f_2(iy)$ για κάθε $y \in (0, \frac{1}{2}) \cap \mathbb{Q}$, τότε $f_1 = f_2$ στο \mathbb{D} .

2.

Δίνονται τόπος D και συνάρτηση f στο D . Η f είναι ολόμορφη στο D αν και μόνο αν για κάθε κλειστό δίσκο $\bar{\Delta} \subset D$ υπάρχει ακολουθία πολυωνύμων $\{p_n\}$ που συγκλίνει ομοιόμορφα στην f στο $\bar{\Delta}$.

3.

Δίνονται ένας φραγμένος τόπος $D \subset \mathbb{C}$ και μία συνάρτηση $f \in H(D)$. Αν η f είναι συνεχής στο $D \cup \partial D$ και $|f(\zeta)| = 2, \zeta \in \partial D$, τότε η f είναι σταθερή στο D .

4.

Αν F είναι μία ακέραια συνάρτηση και $|F(z)| > 5$, για κάθε $z \in \mathbb{C}$, τότε η F είναι φραγμένη.

5.

Αν $f \in H(D(z_0, R) \setminus \{z_0\})$ και $Res(f, z_0) = 0$, τότε το z_0 είναι απαλείψιμο ανώμαλο σημείο της f .

6.

Αν D είναι τόπος και $f \in H(D)$, τότε είτε η f είναι η μηδενική συνάρτηση είτε έχει πεπερασμένου πλήθους ρίζες.