

## Μιγαδική Ανάλυση

### Θέματα Β

Σε κάθε θέμα δίνεται μία πρόταση. Προσδιορίστε αν είναι Σωστή ή Λάθος. Αιτιολογήστε την απάντησή σας.

1.

Αν η  $f = u + iv$  είναι ακέραιη συνάρτηση και  $v + 1 = u^4 - 1$  στο  $\mathbb{C}$ , τότε η  $f$  είναι σταθερή.

2.

Η συνάρτηση  $u(x, y) = -2i + y \cos x$  είναι αρμονική στο  $\mathbb{R}^2$ .

3.

Έστω  $f$  μία ακέραιη συνάρτηση. Αν για κάθε  $z \in \mathbb{C}$ ,  $f(z) \cos z = 0$ , τότε η  $f$  είναι σταθερή.

4.

Μία συνάρτηση  $f : D(0, r) \rightarrow \mathbb{C}$  είναι ολόμορφη αν και μόνο αν υπάρχει ακολουθία πολυωνύμων  $\{p_n\}$  που συγκλίνει ομοιόμορφα στην  $f$  σε κάθε κλειστό δίσκο  $\bar{D} \subseteq D(0, r)$ .

5.

Αν οι συναρτήσεις  $f, g$  είναι ολόμορφες στον δακτύλιο  $A(0, 1, 2)$  και  $f(iy) = g(iy)$ , για κάθε  $y \in (-2, -1) \cap \mathbb{Q}$ , τότε  $f = g$  στο  $A(0, 1, 2)$ .

6.

Δίνονται τόπος  $D$ , σημείο  $a \in D$  και συνάρτηση  $f \in H(D \setminus \{a\})$ . Αν υπάρχει  $r > 0$  τέτοιο ώστε η  $f$  να είναι φραγμένη στο  $D(a, r) \setminus \{a\}$ , τότε το  $a$  είναι απαλείψιμο σημείο της  $f$ .