

## Γενικά Μαθηματικά Ι

1. Μελετήστε και κάντε την γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f(x) = \frac{x^4}{x^3-1}$  όταν  $f'(x) = \frac{x^3(x^3-4)}{(x^3-1)^2}$  και  $f''(x) = \frac{6x^2(x^3+2)}{(x^3-1)^3}$ .
2. Αποδείξτε ότι η σειρά  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$  αποκλίνει.
3. Αναπτύξτε κατά Taylor την συνάρτηση  $f(x) = \frac{x}{x-1}$  στο σημείο  $x = 2$  μέχρι όρους τρίτης τάξεως.
4. Υπολογίστε τα ολοκληρώματα: (α)  $\int \frac{1}{x^2(x-1)} dx$ , (β)  $\int \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$ , (γ)  $\int \frac{1}{5-3\cos x} dx$ , (δ)  $\int \frac{\sqrt{a^2-x^2}}{x} dx$ .
5. Υπολογίστε τον όγκο του παραβολοειδούς  $z = x^2 + y^2, 0 \leq z \leq 1$  με την μέθοδο των παράλληλων διατομών.
6. Υπολογίστε το μήκος του καρδιοειδούς  $[r = a(1 - \cos \phi)]$ ,  $s = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \sqrt{\left(\frac{dr}{d\phi}\right)^2 + r^2} d\phi$ .
7. Υπολογίστε τον όγκο του στερεού που δημιουργείται από την περιστροφή του κυκλοειδούς  $(0, 2\pi)$  με άξονα περιστροφής τον  $Ox$ .  $[x = a(t - \sin t), y = a(1 - \cos t)]$
8. Υπολογίστε την παράγωγο της  $y$  ως προς  $x$  όταν  $x = \int_1^{t^2} s \ln s ds$  και  $y = \int_{t^2}^1 s^2 \ln s ds$ .