

Απειροστικός Λογισμός Ι

1.

Υπολογίστε το ολοκλήρωμα $\int_2^4 \frac{1}{x(x+2)} dx$.

2.

Υπολογίστε το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} x^n$.

3.

Αν $\frac{e^x+x}{e^x-x} < f(x) < \frac{2x^2+x \sin x}{x^2-x^3 e^{-x}}$, εκτιμήστε το όριο $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ όταν αυτό υπάρχει.

4.

Εξετάστε ως προς την σύγκλιση και την απόλυτη σύγκλιση τις σειρές $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n}$ και $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} (1 - \cos \frac{1}{n})$.

5.

Για κάθε ένα από τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^3 - 3x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{e^x-1}$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} \log \frac{1-x}{1+x^2}$ πείτε αν έχει νόημα, αν υπάρχει ή αν δεν υπάρχει.

6.

Αν $0 < x_1 < 3$ και $x_{n+1} = \sqrt{3x_n}$, $n \in \mathbb{N}$, μελετήστε ως προς την μονοτονία και το όριο της ακολουθίας (x_n) .

7.

Δίνεται η συνάρτηση $\sqrt{\frac{e^x-1}{e^x+1}}$ στο $(0, +\infty)$. Μελετήστε την αντίστροφη ως προς το πεδίο ορισμού, την μονοτονία, τα ακρότατα και τα σημεία καμπής.

8.

Μελετήστε ως προς την μονοτονία, τα ακρότατα και τα σημεία καμπής την συνάρτηση $x^5 + 10x^4 + 7$.

9.

Για κάθε μία από τις ακολουθίες $x_n = n^2(1 - \cos \frac{\pi}{n})$, $y_n = (1 + \frac{1}{n})^{-2n}$, $z_n = n(1 + (-1)^n)$ και $w_n = \frac{\cos n}{n}$ πείτε αν έχει (και υπολογίστε το) ή δεν έχει όριο.

10.

Στον ορισμό του $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{x+1}$ ποιοί από τους αριθμούς $1/6$, $1/5$, $1/4$ και $1/3$ είναι κατάλληλοι για δ για $\epsilon = 1/3$;

11.

Υπολογίστε τα ολοκληρώματα $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ και $\int_0^1 x e^x dx$.

12.

Υπολογίστε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0^+} (\sqrt{x})^{\sin x}$ και $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{e^x-e} - \frac{1}{x-e} \right)$.