

Απειροστικός Λογισμός Ι

1.

Στον ορισμό του $\lim_{x \rightarrow 1} 3x$, ποιό είναι το μεγαλύτερο κατάλληλο δ για το $\epsilon = \frac{1}{2}$;

2.

Πείτε για κάθε ένα από τα όρια $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{x^3 - 3x^2}$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{e^x-1}$ αν έχει νόημα, αν υπάρχει ή αν δεν υπάρχει.

3.

Χωρίς να βρείτε τον τύπο της αντίστροφης συνάρτησης της $\sqrt{\frac{e^x-1}{e^x+1}}$ στο $(0, +\infty)$, μελετήστε την ως προς το πεδίο ορισμού, την μονοτονία και την συνέχεια.

4.

Ποιές από τις ακολουθίες $x_n = \left(\frac{3}{4} + \frac{(-1)^n}{2}\right)^n$ και $y_n = \log \frac{1}{\sqrt[n]{n-1}}$ έχουν όριο;

5.

Αν $0 < x_1 < 3$ και $x_{n+1} = \sqrt{3x_n}$, $n \in \mathbb{N}$ μελετήστε την ακολουθία (x_n) ως προς την γνήσια μονοτονία και το όριό της.

6.

Βρείτε τα τοπικά ακρότατα και τα σημεία καμπής της συνάρτησης $x^5 + 5x^4 + 3$.

7.

Υπολογίστε τα ολοκληρώματα $\int x \cos(x^2) dx$, $\int x \log x dx$ και $\int \frac{1}{x(x+2)} dx$.

8.

Εξετάστε τις σειρές $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^{1/2}}$ και $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n} \sin \frac{1}{n}$ ως προς την σύγκλιση και την απόλυτη σύγκλιση.

9.

Βρείτε το διάστημα σύγκλισης της δυναμοσειράς $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{1/2}} x^n$.

10.

Υπολογίστε τα $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^{\sin x}$ και $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^x-1} - \frac{1}{x} \right)$.