

Απειροστικός Λογισμός II

1.

Να δειχτεί, με τον ορισμό, ότι η συνάρτηση $f(x, y) = 2 + 3x - y + x^2 + xy - y^2$ είναι παραγωγίσιμη στο σημείο $(0, 0)$.

2.

Να δειχτεί πως το όριο $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{x^2 y}{2x^4 + 3y^2}$ δεν υπάρχει.

3.

Να βρεθεί, χρησιμοποιώντας πολλαπλασιαστές Lagrange, η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της $h(x, y, z) = 2x + 2y - z$ περιορισμένη στο $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

4.

Να σχεδιαστεί το κλειστό χωρίο U που περικλείεται από την ευθεία $y = -5$ και την παραβολή $y = 4 - x^2$. Έπειτα, να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της $f : U \rightarrow \mathbb{R}$ με $f(x, y) = x^2 + y^2 - y$.

5.

Να λυθεί το σύστημα ως προς z, w με $z = f_1(x, y)$ (1) και $w = f_2(x, y)$ (2) κοντά στο σημείο $(x_0, y_0) = (2, 1)$, με $f_1(2, 1) = 5$ και $f_2(2, 1) = 1$. Επίσης, να βρεθεί η $\frac{\partial f_1}{\partial y}(2, 1)$. Δίνεται ότι οι εξισώσεις (1), (2) είναι ισοδύναμες με τις $x^2 y^2 - z + xw - w^3 = 0$, $x^2 + y^2 + w^2 - 6 = 0$, αντίστοιχα.