

Απειροστικός Λογισμός ΙΙΙ

1.

Να υπολογισθεί το διπλό ολοκλήρωμα

$$I = \int \int_D \cos \left(\frac{x-y}{x+y} \right) dx dy,$$

όπου D το εσωτερικό του τριγώνου που ορίζεται από τις ευθείες $x + y = 1, x = 0, y = 0$.

2.

Να υπολογισθεί ο όγκος του στερεού που βρίσκεται στο ημιεπίπεδο $z \geq 0$ και περικλείεται από την επιφάνεια $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 = 1\}$ και το επίπεδο $z = 4y$.

3.

Να υπολογισθεί το εμβαδόν του τμήματος της επιφάνειας του κυλίνδρου $x^2 + y^2 = \alpha^2$ που ορίζεται από τα επίπεδα $z = x, z = 0$ και βρίσκεται στο πρώτο ογδοημόριο του συστήματος αξόνων ($\alpha > 0$).

4.

Να υπολογισθεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα

$$I = \oint_{\Gamma} \frac{y dx - x dy}{x^2 + y^2}$$

όπου Γ είναι η καμπύλη $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$.