

Απειροστικός Λογισμός ΙΙΙ

1.

Έστω $F = (y, -z, zx^3y^2)$ και S η επιφάνεια $x^2 + y^2 + 3z^2 = 1, z \leq 0$. Υπολογίστε το ολοκλήρωμα

$$\int_S \text{curl} F \cdot ds$$

2.

Έστω n φυσικός αριθμός και C καμπύλη με παραμετρικοποίηση $F(t) = (t, t^n, 0), t \in [0, 1]$. Υπολογίστε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα β' είδους $\int_C G \cdot ds$ της $G(x, y, z) = (y, 3y^3 - x, z)$.

3.

Έστω S μεταλλική επιφάνεια που έχει σχήμα ημισφαιρίου R . Διαλέγοντας το σύστημα συντεταγμένων x, y, z έτσι ώστε το κέντρο του ημισφαιρίου να είναι το $(0, 0, 0)$ και το ημισφαίριο να βρίσκεται εξ ολοκλήρου στον ημίχωρο $z \geq 0$ και δεδομένου ότι η επιφανειακή πυκνότητα της S είναι $x^2 + y^2$ στο σημείο (x, y, z) , να υπολογίσετε την μάζα $\int_S (x^2 + y^2) ds$

4.

Έστω ότι το σωματίδιο μετακινείται από το $(1, 1, 1)$ στο ∞ . Να υπολογίσετε το έργο που παράγεται από την απωστική δύναμη με κατεύθυνση που ορίζεται από το διάνυσμα $(1, 1, 1)$ και με μέτρο $(x^2 + y^2 + z^2)^{-2}$.

5.

Έστω S κλειστή επιφάνεια με εξίσωση $a(x - d)^2 + b(y - g)^2 + c(z - f)^2 = 1$ όπου a, b, c, d, f, g θετικές σταθερές. Έστω F πολυώνυμο στις μεταβλητές x, y, z . Επιλέξτε την σωστή απάντηση και αιτιολογήστε: Το ολοκλήρωμα $\int_S \text{curl} F ds$

1) ισούται με $a^2 b^2 c^2$ ανεξάρτητα των συντελεστών του F .

2) ισούται με 4π .

3) εξαρτάται και από τους συντελεστές του F .

4) ισούται με 2π .

5) ισούται με 0.

6.

Έστω καμπύλη με παραμετρικοποίηση $F(t) = (1, 2, t^2), t \in [0, 1]$ και $f(x, y, z) = e^{z^{1/2}}$. Υπολογίστε το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα $\int_C f ds$.