Οικονομικό Πανεπιστήμιο Αθηνών, Τμήμα Οικονομικής Επιστήμης - Ιούνιος 2018

Στατιστική ΙΙ

1.
Απαντήστε στα παρακάτω:

(α) Για την εκθετική κατανομή με περάμετρο $\lambda > 0$, $(Exp(\lambda))$, να βρεθούν οι ροπές τάξης $k = 1, 2, 3, 4$ όπως και η διακύμανση της κατανομής. Αν X τυχαία μεταβλητή που ακολουθεί την $Exp(\lambda)$, να βρεθεί η $E(3X^4 - 2X^3 + \lambda X + \lambda^2)$.

(β) Να βρεθεί η τιμή του c για την οποία η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} c\exp(x) & , x \leq 0 \\ 0 & , x > 0 \end{cases}$$

είναι καλώς ορισμένη συνάρτηση πυκνότητας. Να βρεθεί η πιθανότητα που η κατανομή με συνάρτηση πυκνότητας την προηγούμενη, αποδίδει στο σύνολο $[-100, 0] \cup \{2\} \cup [3, 4]$.

2.
Απαντήστε στα παρακάτω:

(α) Έστω n θετικός φυσικός αριθμός και $q \in (0, 1)$. Έστω κατανομή πιθανότητας που ορίζεται από τα $supp = \{0, 1, 2, ..., n\}$ και $P(\{i\}) = \binom{n}{i} q^i (1 - q)^{n-i} = \frac{n!}{i!(n-i)!} q^i (1 - q)^{n-i}$ για $i \in supp$. Να δειχθεί ότι τα παραπάνω ορίζουν καλώς ορισμένη διακριτή κατανομή πιθανότητας στους πραγματικούς. Στην συνέχεια, υποθέτοντας ότι $n = 3$, να εξαχθούν οι $P(\{0\}), P(\mathbb{N}), P([3, +\infty))$ και $P((-\infty, 0))$ ως προς την συγκεκριμένη κατανομή.

(β) Να εξαχθεί η ανισότητα του Markov, υποθέτοντας ότι η υποκείμενη κατανομή έχει συνάρτηση πυκνότητας.

3.
Απαντήστε στα παρακάτω:

(α) Να εξαχθεί η ροπογεννήτρια συνάρτηση για την κατανομή Poisson με παράμετρο $\lambda > 0$ και να σχολιασθεί το ζήτημα του καλού ορισμού αυτής.

(β) Για την κατανομή του προηγούμενου ερωτήματος, να εξαχθούν οι ροπές τάξης $k = 1, 2, 3$ όπως και η διακύμανσή της. Να εξαχθούν επίσης οι πιθανότηρες $P(\{0\}), P(\mathbb{N}), P(\{2, 3, 4\})$ και $P((-\infty, 0))$ ως προς την συγκεκριμένη κατανομή.